XXVII. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
Nagyvárad, 2017. február 23 –26.

II. forduló - 10. osztály

1. feladat:

Oldd meg a következő egyenletet:

$$8^x+27^x+2\cdot 30^x+54^x+60^x=12^x+18^x+20^x+24^x+45^x+90^x$$

Kovács Béla, Szatmárnémeti

2. feladat:

Igazold, hogy ha $a_k>1,\ k\in\{1,2,\dots,n\}$ és

$$t=\frac{a_1^2}{(n-1)a_2+a_3}+\frac{a_2^2}{(n-1)a_3+a_4}+\dots+\frac{a_n^2}{(n-1)a_1+a_2}$$, akkor $\sum_{k=1}^{n}\log_{a_k}t\ge n$

Dr.Bencze Mihály, Bukarest

3. feladat:

Az $ABCDEF$ hatszög oldalaira kívülre egyenlő oldalú háromszögeket szerkesztünk, amelyeknek a középpontjait rendre M,N,O,P,Q és R-rel jelöljük, ahol M az EF oldalra szerkesztett háromszög középpontja. Igazold, hogy az NPR és OQM háromszögek súlypontjai akkor és csakis akkor esnek egybe, ha az ACE és BDF háromszögek súlypontjai is egybeesnek.

Pálhegyi-Farkas László, Nagyvárad

4. feladat:

Mutasd ki, hogy bármely ABC háromszögben fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$a\cdot m_a+b\cdot m_b\le\frac{\sqrt{(a^2+b^2+4c^2)(a^2+b^2)}}{2}$$, ahol m_a,m_b az a, illetve b oldalakhoz tartozó oldalfelező hosszát jelöli. Mikor áll fenn az egyenlőség?

Zákány Mónika, Nagybánya